

Tổng quan đề thi

TT	Tiêu đề	Mã nguồn	Dữ liệu	Kết quả	Điểm
1	Tốc độ trung bình	RUN.*	RUN.inp	RUN.out	100
2	Khoảng cách	DIST.*	DIST.inp	DIST.out	100
3	Chọn sai nền văn minh	GAYCD.*	GAYCD.inp	GAYCD.out	100
4	“Chơi bóng”	J97.*	J97.inp	J97.out	100

Dấu * trong tên tệp ở cột Mã nguồn có thể được thay bởi phần mở rộng của các ngôn ngữ Pascal (.pas), C++ (.cpp), Python (.py).

Các tệp dữ liệu vào và dữ liệu ra thuộc cùng một thư mục với tệp mã nguồn. Tệp mã nguồn, dữ liệu vào và dữ liệu ra đều là các tệp văn bản.

Thí sinh được phép nộp bài không giới hạn số lần. Bài nộp của thí sinh sẽ được chấm với bộ test chính thức trong thời gian thi.

Các giới hạn về thời gian và bộ nhớ của mỗi bài sẽ được đề cập riêng ở từng bài.

Đề thi gồm **06** trang, **04** câu.

Bài 1. Tốc độ trung bình (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu	Kết quả	Thời gian	Bộ nhớ
RUN.*	RUN.inp	RUN.out	1 giây	1024 MB

Một vận động viên chạy một quãng đường được chia làm hai đoạn bằng nhau. Ở đoạn đầu, vận động viên chạy với vận tốc a (km/h), ở đoạn sau chạy với vận tốc c (km/h). Vận tốc trung bình trên toàn bộ quãng đường được tính theo trung bình điều hòa của a và c như sau:

$$b = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{c}} = \frac{2ac}{a+c}$$

Cho trước một số tự nhiên b , hãy tìm tất cả các cặp số tự nhiên (a, c) sao cho vận động viên có vận tốc trung bình của cả hành trình đúng bằng b .

Dữ liệu: Đọc từ tệp văn bản RUN.inp:

- Gồm một số nguyên dương b ($b \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản RUN.out:

- Dòng đầu ghi số tự nhiên m : là số lượng cặp (a, c) thỏa mãn.
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi hai số a và c , cách nhau một dấu cách thể hiện một cặp nghiệm.

Ràng buộc bổ sung:

- 30% số điểm có $b \leq 2000$
- 30% số điểm khác có $b \leq 10^5$
- 30% số điểm khác có $b \leq 10^7$
- 10% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

RUN.inp	RUN.out
3	3
	3 3
	2 6
	6 2

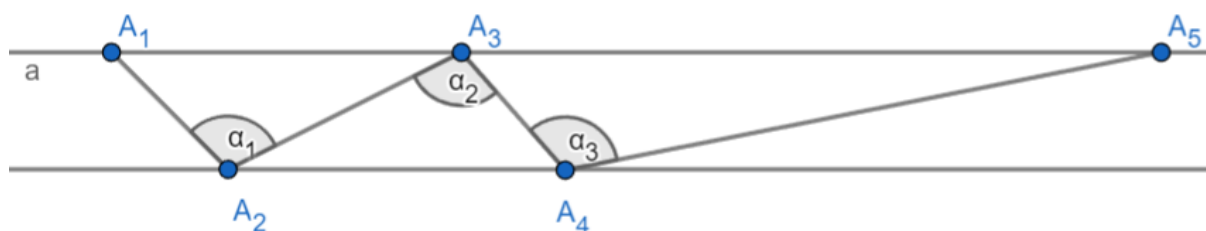
Bài 2. Khoảng cách (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu	Kết quả	Thời gian	Bộ nhớ
DIST.*	DIST.inp	DIST.out	1 giây	1024 MB

Là một học sinh chuyên Toán nên khi kiểm tra Toán bạn Bảo làm bài rất nhanh ~~chi tiết là không đúng~~. Do đó, bạn Bảo còn dư rất nhiều thời gian trong phòng thi; để đỡ chán, bạn Bảo thường vẽ các đường zích – zắc lên giấy nháp của mình.

Các đường zích – zắc ấy có quy tắc như sau:

- Cho hệ trục tọa độ Oxy và đường thẳng $y = a$ ($a \geq 0$).
- Bảo vẽ từ điểm $A_1(x_1, a)$ đến $A_2(x_2, 0)$ đến $A_3(x_3, a) \dots$ đến $A_n(x_n, y_n)$ ($y_n = a$ nếu n lẻ; $y_n = 0$ nếu n chẵn; $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$).
- Ví dụ $n = 5$:



Một hôm, về zích – zắc không còn đủ để làm Bảo hết chán nên Bảo quyết định tính khoảng cách từ A_1 đến A_n . Nhưng do vừa làm xong bài kiểm tra Toán học búa nên Bảo không muốn tính toán thêm bất kỳ thứ gì, bạn hãy tính Bảo nhé!

Yêu cầu: Cho các khoảng cách $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{n-1}A_n$ và giá trị cosin của các góc $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{n-2}$. Tính A_1A_n .

Dữ liệu: Đọc từ tệp văn bản DIST.inp:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 5 \times 10^4$) là số điểm Bảo vẽ.
- Dòng tiếp theo gồm $n - 1$ số thực dương $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{n-1}A_n$ ($A_iA_{i+1} \leq 10^5$).
- Dòng tiếp theo gồm $n - 2$ số thực $k_1, k_2, \dots, k_{n-2}$ là giá trị cosin của các góc $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{n-2}$ ($-1 \leq k_i < 1$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản DIST.out:

- Một dòng duy nhất là đáp án bài toán. Kết quả được chấp nhận nếu sai số với đáp án không vượt quá 10^{-1} .

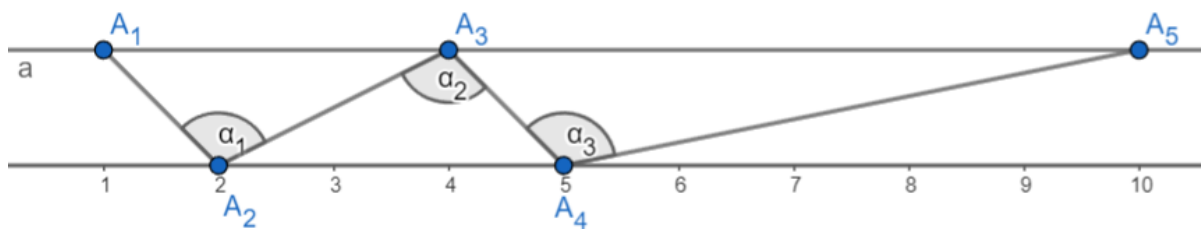
Ràng buộc bổ sung:

- 40% số điểm có $k_i = -1$.
- 40% số điểm khác có $n \% 2 = 1$
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

DIST.inp	DIST.out
5 1.4 2.2 1.4 5.1 -0.3571428571 -0.3571428571 -0.56232493	9

Giải thích:



Bài 3. Chọn sai nền văn minh (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu	Kết quả	Thời gian	Bộ nhớ
GAYCD.*	GAYCD.inp	GAYCD.out	1 giây	1024 MB

Chọn sai nền văn minh trong *Rise of Kingdoms* không khác gì bước nhầm vào lớp chuyên Toán khi mình chỉ giỏi... đếm quân địch. Lúc đầu thấy Trung Quốc có tăng tốc xây dựng, Bảo nghĩ "À ha, hợp với dân cày như mình đây rồi!" — ai ngờ sau 10 ngày thì mấy ông Viking đã kéo quân qua như vũ bão, còn mình thì vẫn đang lúi húi xây tường thành level 8. Cảm giác lúc đó như đang mang xe đạp đi đua F1.

Bạn bè thì chọn đúng nền văn minh, bonus chiến đấu, tài nguyên như nước sông Đà, còn mình thì mỗi lần đi rally là cảm giác đang mang dao đi đấu súng. Đến lúc nhận ra thì đã lỡ đầu tư quá nhiều, giống như đi xem phim dở mà lỡ mua bắp nước combo lớn — bỏ thì tiếc, coi tiếp thì đau đầu. Nên rút ra bài học xương máu: trước khi chơi game, đọc kỹ hướng dẫn sử dụng và né mấy cái “bẫy màu mè” – kéo lại khóc ròng với cái nền văn minh “ảo mộng”!

Vì quá cay cú nên Bảo quyết định làm lại từ đầu. Có N nền văn minh được đánh số từ 1 đến N (nền văn minh 1 là Trung Quốc nên Bảo không chọn nữa). Biết rằng 1 nền văn minh được coi là “chọn đúng” nếu khi phân tích ra thừa số nguyên tố $x = p_1^{k_1} \times p_2^{k_2} \times \dots \times p_t^{k_t}$ thì $GCD(k_1, k_2, \dots, k_t) \neq 1$. Bạn hãy tính giúp Bảo số nền văn minh mà Bảo có thể chọn nhé!

Yêu cầu: Cho T truy vấn, với mỗi truy vấn, cho số nguyên dương N . Tính số nền văn minh mà Bảo có thể chọn.

Dữ liệu: Đọc từ tệp văn bản GAYCD.inp:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 10^5$) là truy vấn.
- T dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản GAYCD.out:

- Với mỗi truy vấn, in ra đáp án đề bài.

Ràng buộc bổ sung:

- 20% số điểm có $T = 1, N \leq 10^4$.
- 40% số điểm khác có $T \leq 10^4, N \leq 10^6$
- 40% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

GAYCD.inp	GAYCD.out
1 100000	366

Bài 4. “Chơi bóng” (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu	Kết quả	Thời gian	Bộ nhớ
J97.*	J97.inp	J97.out	1 giây	1024 MB

“Tôi đã gom hết can đảm để nói ra lòng mình, từng lời như lẫn từ trái tim ra ngoài, chân thành và run rẩy. Nhưng em chỉ mỉm cười – một nụ cười dịu dàng mà đau lòng đến lạ – và nói rằng em xin lỗi. Thế giới xung quanh tôi như khựng lại một nhịp. Tim tôi không vỡ, nhưng có gì đó như trượt khỏi tay, rơi mất. Tôi không trách em, cũng không trách bản thân. Chỉ là... có những tình cảm, dù đẹp đến đâu, cũng không thể nở hoa. Và tôi học cách mỉm cười, như em đã từng – mỉm cười để giấu đi một nỗi buồn nhẹ tênh mà dài lâu.”

(Trích cuộc đời của P)

Sau khi bị crush từ chối một cách phũ phàng, P bắt đầu có những hành động không giống một bạn nam cho lắm... Kinh khủng nhất là việc “chơi bóng” với **skibidi**.

Trò chơi bóng có $3n$ quả bóng: n quả bóng màu xanh $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$; n quả bóng màu đỏ $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$; n quả bóng màu vàng $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ và n cái hộp. Nhiệm vụ của người chơi là cần phải đưa hết $3n$ quả bóng vào trong n hộp, mỗi hộp chứa 3 quả bóng có màu đôi một phân biệt sao cho số điểm đạt được là **lớn nhất** và được tính điểm theo quy tắc:

- Nếu quả bóng b_i cùng hộp với r_j sẽ được cộng $a \times f_1(i, j)$ điểm.
- Nếu quả bóng b_i cùng hộp với y_k sẽ được cộng $b \times f_2(i, k)$ điểm.
- Nếu quả bóng r_j cùng hộp với y_k sẽ được cộng $c \times f_3(j, k)$ điểm
- Nếu quả bóng b_i cùng hộp với r_j và cùng hộp với y_k sẽ được cộng $w \times f(i, j, k)$ điểm.

Bạn P sẽ cho các giá trị của $f_1(i, j), f_2(i, k), f_3(j, k), f(i, j, k), a, b, c, w$ và đó **skibidi** chơi được số điểm tối đa nhưng **skibidi** lại ngại “chơi bóng” với P nên bạn hãy giúp **skibidi** nhé!

(Lưu ý: P ở đây **Không Phải Phú**)

Dữ liệu: Đọc từ tệp văn bản J97.inp:

- Dòng đầu tiên gồm các nguyên dương n, a, b, c, w ($a, b, c, w \leq 10^9$).
- Dòng thứ hai gồm n^2 số mô tả các giá trị của $f_1(1,1), f_1(1,2), \dots, f_1(n,n)$ ($0 \leq f_1(i,j) \leq 10^6$).
- Dòng thứ ba gồm n^2 số mô tả các giá trị của $f_2(1,1), f_2(1,2), \dots, f_2(n,n)$ ($0 \leq f_2(i,j) \leq 10^6$).

- Dòng thứ tư gồm n^2 số mô tả các giá trị của $f_3(1,1), f_3(1,2), \dots, f_3(n,n)$ ($0 \leq f_3(i,j) \leq 10^6$).
- Dòng thứ năm gồm n^3 số mô tả các giá trị của $f(1,1,1), f(1,1,2), \dots, f(n,n,n)$ ($0 \leq f(i,j,k) \leq 10^6$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản J97.out:

- In ra đáp án đề bài.

Ràng buộc bổ sung:

- 50% số điểm có $n \leq 5$.
- 50% số điểm có $5 < n \leq 10$.

Ví dụ:

J97.inp	J97.out	Giải thích
2 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1	8	Cho (b_1, r_1, y_1) vào một hộp được 4 điểm Hộp còn lại cho (b_2, r_2, y_2) được 4 điểm